РОССИЯ 2045

Стратегическое общественное движение

www.2045.ru

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ОТЧЕТ

о выполнении I этапа работ по проекту:

«Создание компьютерной биомеханической модели руки и тела человека и системы устойчивого управления их движениями».

Руководитель направления: Фролов А.А.

Москва 2012

Работа включала две части:

1. Разработка биомеханической модели руки и тела человека в виде уравнений движения Лагранжа
2. Разработка биологически адекватных принципов управления движениями модели.

Соответственно отчет о работе включает описание результатов, полученных при выполнении каждой части.

Разработка биомеханической модели

Для получения уравнений движения мы использовали подход, разработанный профессором МФТИ Г.В. Кореневым еще в 60 годы прошлого века (Коренев, 1967). Примерно в то же время был разработан схожий подход американским исследователем Кэйном (Kane and Levinson,1985), который используется во многих современных программных продуктах, предназначенных для анализа движений сложных механических систем (например, HbmTBX, разработанный Оттеном (Otten, 1999), или SD/FAST, разработанный фирмой Symbolic Dynamics, Inc). Суть подхода Коренева состоит в получении уравнений Лагранжа с помощью тензорной свертки.

Пусть тело представлено в виде N твердых сегментов, соединенных идеальными шарнирами. Такое приближение справедливо для большинства движений человека (Winter, 1995). В результате преобразований, предложенных Кореневым, можно перейти от описания движений отдельных сегментов в форме уравнений Ньютона-Эйлера к стандартным уравнениям Лагранжа в терминах обобщенных координат и обобщенных сил:

$$\mathbf{I}\ddot{\mathbf{\Psi}} + \mathbf{C} = \mathbf{G} + \mathbf{H}^T\mathbf{F}_m + \mathbf{J}_{ext}^T\mathbf{F}_{ext} \qquad (1)$$

где $\mathbf{\Psi}$ – вектор обобщенных сил, размерность которого равна числу степеней свободы, $\mathbf{I}$ – матрица инерции, $\mathbf{C}$ – вектор кориолисовых и центробежных сил, $\mathbf{G} = -\mathrm{grad}_{\Psi} P$ – обобщенные гравитационные силы (P – потенциальная энергия тела в гравитационном поле) $\mathbf{F}_m$ и $\mathbf{F}_{ext}$– вектора всех мышечных сил и внешних контактных сил, $\mathbf{H}$ – матрица, задающая плечи всех мышечных сил в соответствии с формулой $d\mathbf{l}/dt = \mathbf{H}\, d\mathbf{\Psi}/dt$, где $\mathbf{l}$ – вектор длин мышц, $\mathbf{J}_{ext}$ – якобиан, определяющий перемещение точек $\mathbf{r}_{ext}$ приложения внешних сил $\mathbf{F}_{ext}$ по формуле $d\,\mathbf{r}_{ext} / dt = \mathbf{J}_{ext}\, d\mathbf{\Psi}/dt$.

Мы приводим здесь уравнение Лагранжа в более привычной векторной форме, а не в тензорной, как это делал Коренев. Заслуга Коренева состоит в том, что он получил явные выражения для всех членов уравнения Лагранжа, включая кориолисовы силы (но, естественно, исключая матрицу **H,** которая определяется не механикой, а анатомией мышц, сухожилий и точек их прикрепления). Явные выражения для всех членов позволяют переписать уравнение Лагранжа в символьном виде и, соответственно, существенно (на порядок) сократить время интегрирования этих уравнений. Эти выражения особенно просты, если в качестве обобщенных координат используются эйлеровы углы.

При моделировании движений руки мы ограничились системой из трех сегментов (плечо, предплечье и кисть) с семью степенями свободы: сгибание-разгибание, приведение-отведение и вращение в плечевом суставе, сгибание-разгибание и пронация-супинация в локтевом суставе, сгибание-разгибание и приведение-отведение в лучезапястном суставе. Плечевой сустав моделировался шаровым шарниром, локтевой и лучезапястный – шарнирами с двумя ортогональными осями.

При моделировании тела человека мы ограничились системой из 8 сегментов: 1) верхняя часть корпуса, включая грудь, голову и руки, 2) нижняя часть корпуса, включающая таз, 3) два бедра,4) две голени, 5) две стопы. Верхняя и нижняя части корпуса полагались соединенными идеальным шаровым шарниром, тазобедренные и голеностопные шарниры также полагались шаровыми шарнирами, а коленные – цилиндрическими шарнирами. Таким образом, максимально (в свободном полете, например, в фазе полета прыжка или бега) модель тела человека имеет 23 степени свободы (например, 3 координаты и 3 эйлеровых угла поворота относительно некоторой неподвижной системы координат для верхнего сегмента корпуса, 3 угла поворота для нижней части корпуса относительно верхней, 3 угла поворота для каждого бедра относительно таза, по одному углу поворота для каждой голени относительно бедра и по три угла поворота для каждой стопы относительно голени). При стоянии на одной ноге (например, в фазе опоры на одну ногу при ходьбе) 6 степеней свободы замораживаются (координаты и углы поворота стопы опорной ноги), и у модели тела остается максимально 17 степеней свободы. При стоянии на двух ногах еще шесть степеней свободы замораживается, и у модели тела остается 11 степеней свободы. Поскольку масса стоп пренебрежимо мала по сравнению с массами остальных звеньев, в случае свободного полета тела мы замораживали углы вращения в голеностопных суставах. Аналогично, мы замораживали вращение в голеностопном суставе свободной (не опорной) ноги при стоянии на одной ноге. Таким образом, в нашей модели учитывалось, соответственно, 17 и 14 степеней свободы при свободном полете и стоянии на одной ноге.

Для каждого из этих случаев получены уравнения Лагранжа. Для расчета масс, тензоров инерции и положений центров масс для каждого из сегментов руки или тела использовали антропометрические таблицы (Winter, 1990).

Мы не исследовали вклад в управление движением отдельных мышц, а учитывали только их суммарное действие для каждой степени свободы в каждом суставе. Поскольку в качестве обобщенных координат мы использовали углы поворотов вокруг анатомических осей, то в качестве обобщенных управляющих сил мы использовали суммарные мышечные моменты вращения вокруг этих осей, т.е. $\mathbf{T}_m.=HF_m$.

Биологически адекватные принципы управления движениями биомеханической модели.

В экспериментальных физиологических исследованиях показано, что адекватной моделью управления суммарными моментами мышечных сил в суставах по обратной связи является PD (Proportional-Derivative) – контроллер, эквивалентный линейной вязко-упругой пружине с регулируемыми параметрами: равновесной длиной, жесткостью и вязкостью (Gomi and Kawato, 1996; Peterka, 2002; Frolov et al., 2000, 2006; Alexandrov et al., 2005). Равновесная длина пружины, моделирующей суставной момент, соответствует желаемому значению суставного угла, и задается супраспинальными уровнями ЦНС. Жесткость и вязкость пружины определяются взаимодействием трех различных физиологических механизмов: вязко-упругими свойствами мышечных волокон, сухожилий и связок, спинальной петлей рефлекса на растяжение и петлями обратных связей, проходящих через головной мозг (Peterka, 2002). В отличие от первого механизма, второй и третий имеют существенные задержки действия. Для петли рефлекса на растяжение эта задержка составляет ~ 50 мсек, а для второй петли — до 200 мсек (Peterka, 2002). Эффективная задержка PD - контроллера определяется относительными вкладами трех перечисленных механизмов. Именно наличие временной задержки накладывает ограничения на параметры обратной связи, обеспечивающие устойчивое управление. Эти ограничения выражаются в том, что значения жесткости и вязкости должны быть ограничены как сверху, так и снизу (Alexandrov et al., 2005; Peterka 2009).

В общем случае управляющие силы, задаваемые PD-контроллером, должны противостоять внешним и инерционным силам. Мы в качестве инерционных сил выделяем первый член уравнения (1), который задает инерционные силы, пропорциональные суставным угловым ускорениям, а внешние силы (контактные и гравитационные) группируем с другим компонентом инерционных сил: кориолисовыми и центробежными силами, полагая $\mathbf{T}_{ext} = \mathbf{G} + \mathbf{J}_{ext}\,\mathbf{F}_{ext} - \mathbf{C}$. Тогда уравнение для управляющих мышечных силовых моментов с учетом временной задержки τ в петле обратной связи принимает вид:

$$\mathbf{T}_m(t) = -\mathbf{T}_{ext}(t-\tau) + \mathbf{S}[\mathbf{\Psi}_d(t) - \mathbf{\Psi}(t-\tau)] + \mathbf{V}[\dot{\mathbf{\Psi}}_d(t) - \dot{\mathbf{\Psi}}(t-\tau)]$$

где матрицы **S** и **V** задают параметры PD-контроллера, а $\mathbf{\Psi}_d$ – желаемую траекторию движения. Матрицу перед членом, пропорциональным отклонению действительной траектории от желаемой, можно назвать матрицей жесткости, а перед членом, пропорциональным производной от этого отклонения – матрицей вязкости. Оба этих члена противодействуют силам инерции, пропорциональным суставным угловым ускорениям, в отличие от первого, который противостоит суммарному действию внешних, кориолисовых и центробежных сил. Суммарное действие этих сил можно оценить по формуле

$$\mathbf{T}_{ext} = -\mathbf{T}_m + \mathbf{I}\ddot{\mathbf{\Psi}}$$

Соответственно, выражение для силового момента управляющих мышечных сил принимает вид:

$$\mathbf{T}_m(t) = \mathbf{T}_m(t-\tau) + \mathbf{S}[\mathbf{\Psi}_d(t) - \mathbf{\Psi}(t-\tau)] + \mathbf{V}[\dot{\mathbf{\Psi}}_d(t) - \dot{\mathbf{\Psi}}(t-\tau)] - \mathbf{I}\ddot{\mathbf{\Psi}}(t-\tau) \qquad (2)$$

Таким образом, силовые моменты, обеспечивающие противодействие внешним силам и движение вдоль желаемой траектории, выражаются через силовые моменты, суставные углы и производные от суставных углов в предшествующие моменты времени. В работе (Mergner et al., 2003) описано, какими средствами располагает центральная нервная система для оценки этих переменных.

Как уже указывалось, наличие временной задержки в петле управления по обратной связи существенно ограничивает выбор жесткости и вязкости, при которых управление устойчиво. Для выбора этих параметров мы использовали подход, разработанный при анализе движений человека в сагиттальной плоскости (Alexandrov et al., 2001, 2004). При анализе этих движений было показано, что независимыми единицами двигательного управления являются движения вдоль собственных векторов линеаризованного уравнения движения, когда в качестве внешних сил присутствуют только силы гравитации.

Пусть рассматривается движение тела в окрестности равновесного положения $\mathbf{\Psi}_0$, в котором мышечные силы уравновешивают гравитационные силы: $\mathbf{T}_{m0}=\mathbf{G}(\mathbf{\Psi}_0)$. Тогда в линейном приближении движение тела в окрестности $\mathbf{\Psi}_0$ задается уравнением:

$$\mathbf{I}_0\Delta\ddot{\mathbf{\Psi}} - \mathbf{D}\Delta\mathbf{\Psi} = \Delta\mathbf{T}_m$$

где $\mathbf{I}_0 = \mathbf{I}(\mathbf{\Psi}_0)$, $\Delta\mathbf{\Psi} = \mathbf{\Psi} - \mathbf{\Psi}_0$, $\Delta\mathbf{T}_m = \mathbf{T}_m - \mathbf{T}_{m0}$ и

$$D_{ij} = -\frac{\partial^2 P}{\partial\psi_i\partial\psi_j}(\mathbf{\Psi}_0)$$

P – потенциальная энергия тела в поле сил тяжести.

Матрицы $\mathbf{I}_0$ и **D** не являются диагональными, поэтому изменение мышечного силового момента в любом суставе приводит к движениям во всех суставах, и наоборот изменение любого суставного угла приводит к изменению мышечных моментов во всех суставах. Однако уравнение движения можно разбить на независимые уравнения, перейдя к новым обобщенным координатам, описывающим движения вдоль собственных векторов уравнения движения, положив $\Delta\mathbf{\Psi} = \mathbf{W}\xi$, где **W** удовлетворяет уравнению

$\mathbf{I}_0\mathbf{W} = \mathbf{D}\mathbf{W}\boldsymbol{\Lambda}.$

Столбцы матрицы **W** являются собственными векторами уравнения движения, а коэффициенты диагональной матрицы **Λ** – его собственными значениями.
Тогда система связанных уравнений движения распадается на систему независимых уравнений

$$\lambda_i \ddot{\xi}_i - \xi_i = -\eta_i \qquad i = 1, \ldots, L$$

где L – число степеней свободы рассматриваемой механической системы, ξ_i.- новые обобщенные координаты,

$$\boldsymbol{\eta} = -(\mathbf{D}\mathbf{W})^{-1}\Delta\mathbf{T} \qquad (3)$$

новые обобщенные силы. Движения вдоль собственных векторов уравнения движения называются собственными движениями Они эквивалентны движениям однозвенного маятника с приведенной инерцией λ_i. Если $\lambda_i < 0$, то маятник обычный, если $\lambda_i > 0$ – перевернутый.

Независимость управления каждого собственного движения по прямой и обратной связи с помощью PD-контроля с временной задержкой τ означает, что они управляются по уравнению

$$\eta_i(t) = \xi_i(t-\tau) + S_{ei}[\xi_i(t-\tau) - \xi_i^{des}(t)] + V_{ei}[\dot{\xi}(t-\tau) - \dot{\xi}_i^{des}(t)]$$

где в соответствии с уравнением (2) первый член противостоит гравитационным силам (кориолисовы и центобежные силы в линейном приближении исключаются), а два вторых члена противодействуют инерционным силам, пропорциональным ускорению новой обобщенной координаты ξ_i. Коэффициенты «жесткости» и «вязкости» S_{ei}. и V_{ei} являются P и D параметрами в петле обратной связи, а ξ_i^{des} задает требуемое изменение кинематической амплитуды для данной естественной синергии. Тем самым, коррекция движения для каждой синергии зависит только от движения по этой синергии. Тогда уравнение движения для каждой из синергий приобретает вид

$$\lambda_i \ddot{\xi}_i - \xi_i = -\xi_i(t-\tau) - S_{ei}[\xi_i(t-\tau) - \xi_i^{des}(t)] - V_{ei}[\dot{\xi}(t-\tau) - \dot{\xi}_i^{des}(t)] \qquad (4)$$

В этом случае анализ устойчивости движения всего тела сводится к анализу устойчивости для каждой из синергий, т. е. исследованию устойчивости движений отдельных однозвенных маятников, описываемых уравнением (4). Устойчивость решений этого уравнения определяется собственными значениями однородного уравнения (далее для простоты написания в уравнениях (5 - 8) индексы ***i*** опущены)

$$\lambda \ddot{\xi}(t) - \xi(t) = -\xi(t-\tau) - S_e\,\xi(t-\tau) - V_e\,\dot{\xi}(t-\tau). \qquad (5)$$

Характеристическое уравнение для (4) имеет вид

$$\mu^2\lambda - 1 + (S_e+1)e^{-\mu\tau} + \mu V_e e^{-\mu\tau} = 0. \qquad (6)$$

Уравнение (6) при $\tau > 0$ имеет бесконечное число корней μ при данных значениях параметров S_e и V_e (Alexandrov et al.,2004 2005). Решение уравнения (5) является устойчивым, если все действительные части корней уравнения (6) являются отрицательными. Максимальное значение действительных частей всех корней характеристического уравнения называется показателем Ляпунова. Таким образом, решение уравнения (5) устойчиво, если его показатель Ляпунова $\alpha<0$. Область значений S_e и V_e, в которой показатель Ляпунова не превосходит заданной величины α, определяется пересечением двух ветвей решения уравнения (6). Одна ветвь соответствует действительным корням (6), т.е.условию μ = α. При выполнении этого условия S_e и V_e удовлетворяют уравнению прямой

$$S_e + \alpha V_e + 1 + (\lambda\alpha^2 - 1)e^{\alpha\tau} = 0. \qquad (7)$$

Вторая ветвь соответствует комплексным корням $\mu = \alpha + i\omega$, где i есть комплексная единица. Тогда значения S_e и V_e, при которых μ является корнем уравнения (6), находятся как решение системы двух действительных уравнений

$$S_e \cos\omega\tau + V_e\,(\alpha\cos\omega\tau + \omega\sin\omega\tau) = [1 + \lambda(\omega^2 - \alpha^2)]e^{\alpha\tau} - \cos\omega\tau$$

$$S_e \sin\omega\tau + V_e\,(\alpha\sin\omega\tau - \omega\cos\omega\tau) = 2\lambda\omega\alpha e^{\alpha\tau} - \sin\omega\tau. \qquad (8)$$

Область значений S_e и V_e, в которой показатель Ляпунова не превосходит заданной величины α, ограничена снизу решением уравнения (7), а сверху – решением системы уравнений (8). Область, ограниченная решениями этих уравнений при $\alpha = 0$, является областью устойчивости: для значений петли обратной связи S_e и V_e, лежащих внутри этой области, все корни уравнения (6) имеют отрицательную действительную часть. При уменьшении α линия, определяемая уравнением (7), сдвигается вверх, а линия, определяемая системой (8), сдвигается вниз. Поэтому область, ограниченная этими двумя линиями, сужается. При некотором критическом значении α_{min} эта область исчезает. Значение α_{min} определяет максимальную скорость коррекции внешних возмущений в биомеханической системе, описываемой уравнением движения однозвенного маятника (4) при заданных параметрах λ и τ. Параметры петли обратной связи PD-контроллера, при которых достигается максимальная скорость коррекции внешних возмущений можно назвать оптимальными.

Когда оптимальные параметры петли управления по обратной связи получены для каждой из синергий, можно перейти обратно к описанию PD-контроллера в исходных обобщенных координатах. Обращая уравнение (3), получаем

$$\Delta\mathrm{T} = -\mathbf{D}\Delta\boldsymbol{\Psi} + \mathbf{S}\left[\boldsymbol{\Psi}^{des}(t) - \boldsymbol{\Psi}(t-\tau)\right] + \mathbf{V}\left[\dot{\boldsymbol{\Psi}}^{des}(t) - \dot{\boldsymbol{\Psi}}(t-\tau)\right]$$

где $\mathbf{S} = \mathbf{DWS}_e\mathbf{W}^{-1}$, $\mathbf{V}_\Psi = \mathbf{DWV}_e\mathbf{W}^{-1}$ – матрицы жесткости и вязкости в исходных координатах. Следует заметить, что в отличие от диагональных матриц $\mathbf{S}_e$ и $\mathbf{V}_e$**,** коэффициентами которых являются соответствующие параметры управления по обратной связи для каждого отдельного собственного движения, матрицы **S** и **V** не являются диагональными, т. е. управление по обратной связи для каждой степени свободы определяется кинематикой движения по всем степеням свободы. Однако, как показано в (Alexandrov et al., 2005) эти матрицы являются симметричными и имеют, таким образом, $L(L+1)/2$ различных коэффициентов. Но эти коэффициенты не являются независимыми, т. к. они выражаются через L коэффициентов диагональных матриц $\mathbf{S}_e$ и $\mathbf{V}_e$. Во всех работах, где делается попытка экспериментально определить параметры PD-контроллера для многосуставной биомеханической системы (см. например, Gomi and Kawato, 1996), матрицы **S** и **V** ищутся симметричными, но все их $L(L+1)/2$ различных коэффициентов полагаются свободными параметрами. Это значительно снижает точность оценки их значений по сравнению со случаем, когда учитывается независимость управления для собственных движений.

Полученные матрицы **S** и **V,** которые являются оптимальными по показателям Ляпунова для каждого собственного движения использовались в качестве параметров PD- контроллера, задаваемого уравнением (2) для полной нелинейной модели тела человека, движения которой описываются уравнением (1). Эти параметры были рассчитаны для руки с семью степенями свободы, для тела в свободном полете, стоящего на одной и двух ногах. Контрольные расчеты, полученные для различных движений корпуса человека, стоящего на одной или двух ногах, прыжках человека на двух ногах и движениям руки человека к различным целям в операционном пространстве руки, показали, что учет нелинейности уравнений движения не влияет на устойчивость движений, которая исходно была обоснована только в линейном приближении.

Таким образом, продемонстрирована общность закона управления движениями PD-контроллером, заданным уравнением (2).

Цитируемая литература

Коренев Г.В. Целенаправленная механика управляемых манипуляторов. М.: Наука. 1979.

Alexandrov A.V., Frolov A.A., Massion J. Biomechanical analysis of movement strategies inhumanforward runk bending. I. Modeling . Biological Cybernetics. 2001. v. 84. p. 425-434.

Alexandrov A.V., Frolov A.A., Horak F.B., Carlson-Kuhta P., Park S. Feedback equilibrium control during human standing. Biological Cybernetics. 2005. v.93. p. 309-322.

Frolov A.A., Dufosse M., Rizek S., Kaladjan A. On the possibility of linear modeling of the human arm neuromuscular apparatus. Biological Cybernetics. 2000. v. 82 (6). p. 499-515.

Frolov A. A., Prokopenko R. A., Dufosse M., Ouezdou F. B. Adjustment of the human arm viscoelasticproperties to the direction of reaching. Biological Cybernetics. 2006. v. 94. p. 97-109.

Gomi H., Kawato M. Equilibrium-point control hypothesis examined by measured arm stiffness during multijoint movement. Science. 1996. v. 272. p. 117-120.

Kane T.R., Levinson D.A. Dynamics: Theory and Applications. New York: McGraw-Hill, 1985.

Mergner T., Maurer C., Peterka R.J., A multisensory posture control model of human upright stance. In: Prablanc C, Pelisson D, Rossetti Y (eds) Neural control of space coding and action production. Prog Brain Res, 2003,142:189-201

Otten E. Balancing on a narrow ridge: biomechanics and control. Phil.Trans. R. Soc. Lond. B., 1999, 354, 869-875

Peterka R.J. Sensorimotor integration in human postural control. Journal of Neurophysiology. 2002. v. 88. p. 1097-1118.

Peterka R.J. Comparison of human and humanoid robot control of upright stance. Journal of Physiology - Paris, 2009, 103:149158

Winter D.A. Biomechanics and motor control in human movement (Second ed.). NewYork: John Wiley and Sons. 1990

Winter D.A., Human balance and posture control during standing and walking. Gait and Posture, 1995, 3: 193-214